

2025 年全国统一高考数学试卷

(全国二卷)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在试卷上无效.

3. 考试结束后, 本试卷和答题卡一并交回.

一、单选题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 样本数据 2, 8, 14, 16, 20 的平均数为 ()

- A. 8 B. 9 C. 12 D. 18

2. 已知 $z = 1 + i$, 则 $\frac{1}{z-1} = ()$

- A. $-i$ B. i C. -1 D. 1

3. 已知集合 $A = \{-4, 0, 1, 2, 8\}$, $B = \{x \mid x^3 = x\}$, 则 $A \cap B = ()$

- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{1, 2, 8\}$
C. $\{2, 8\}$ D. $\{0, 1\}$

4. 不等式 $\frac{x-4}{x-1} \geq 2$ 的解集是 ()

- A. $\{x \mid -2 \leq x \leq 1\}$ B. $\{x \mid x \leq -2\}$
C. $\{x \mid -2 \leq x < 1\}$ D. $\{x \mid x > 1\}$

5. 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 2$, $AC = 1 + \sqrt{3}$, $AB = \sqrt{6}$, 则 $A = ()$

- A. 45° B. 60° C. 120° D. 135°

6. 设抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 点 A 在 C 上, 过 A 作 C 的准线的垂线, 垂足为 B , 若直线 BF 的方程为 $y = -2x + 2$, 则 $|AF| = ()$

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

7. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_3 = 6, S_5 = -5$, 则 $S_6 =$ ()

- A. -20 B. -15 C. -10 D. -5

8. 已知 $0 < \alpha < \pi$, $\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{5}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ D. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$

二、多选题: 本题共 3 小题, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求.

9. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, q 为 $\{a_n\}$ 的公比, $q > 0$, 若 $S_3 = 7, a_3 = 1$, 则 ()

- A. $q = \frac{1}{2}$ B. $a_5 = \frac{1}{9}$
C. $S_5 = 8$ D. $a_n + S_n = 8$

10. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = (x^2 - 3)e^x + 2$, 则 ()

- A. $f(0) = 0$ B. 当 $x < 0$ 时, $f(x) = -(x^2 - 3)e^{-x} - 2$
C. $f(x) \geq 2$ 当且仅当 $x \geq \sqrt{3}$ D. $x = -1$ 是 $f(x)$ 的极大值点

11. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别是 F_1, F_2 , 左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 以 F_1F_2

为直径的圆与 C 的一条渐近线交于 M, N 两点, 且 $\angle NA_1M = \frac{5\pi}{6}$, 则 ()

- A. $\angle A_1MA_2 = \frac{\pi}{6}$ B. $|MA_1| = 2|MA_2|$
C. C 的离心率为 $\sqrt{13}$ D. 当 $a = \sqrt{2}$ 时, 四边形 NA_1MA_2 的面积为 $8\sqrt{3}$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 已知平面向量 $\vec{a} = (x, 1), \vec{b} = (x-1, 2x)$, 若 $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$, 则 $|\vec{a}| =$ _____

13. 若 $x = 2$ 是函数 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-a)$ 的极值点, 则 $f(0) =$ _____

14. 一个底面半径为 4cm, 高为 9cm 的封闭圆柱形容器 (容器壁厚度忽略不计) 内有两个半径相等的铁球, 则铁球半径的最大值为 _____ cm.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

15. 已知函数 $f(x) = \cos(2x + \varphi)$ ($0 \leq \varphi < \pi$), $f(0) = \frac{1}{2}$.

(1) 求 φ ;

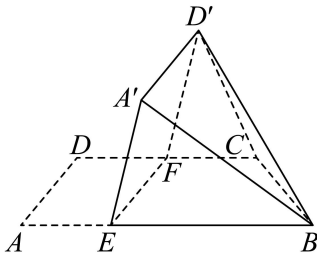
(2) 设函数 $g(x) = f(x) + f\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$, 求 $g(x)$ 的值域和单调区间.

16. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 长轴长为 4.

(1) 求 C 的方程;

(2) 过点 $(0, -2)$ 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 若 $\triangle OAB$ 的面积为 $\sqrt{2}$, 求 $|AB|$.

17. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle DAB = 90^\circ$, F 为 CD 的中点, 点 E 在 AB 上, $EF \parallel AD$, $AB = 3AD$, $CD = 2AD$, 将四边形 $EFDA$ 沿 EF 翻折至四边形 $EFD'A'$, 使得面 $EFD'A'$ 与面 $EFCB$ 所成的二面角为 60° .



(1) 证明: $A'B \parallel$ 平面 $CD'F$;

(2) 求面 BCD' 与面 $EFD'A'$ 所成的二面角的正弦值.

18. 已知函数 $f(x) = \ln(1+x) - x + \frac{1}{2}x^2 - kx^3$, 其中 $0 < k < \frac{1}{3}$.

(1) 证明: $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 存在唯一的极值点和唯一的零点;

(2) 设 x_1, x_2 分别为 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 的极值点和零点.

(i) 设函数 $g(t) = f(x_1 + t) - f(x_1 - t)$. 证明: $g(t)$ 在区间 $(0, x_1)$ 单调递减;

(ii) 比较 $2x_1$ 与 x_2 的大小, 并证明你的结论.

19. 甲、乙两人进行乒乓球练习, 每个球胜者得 1 分, 负者得 0 分. 设每个球甲胜的概率为 p ($\frac{1}{2} < p < 1$),

乙胜的概率为 q , $p + q = 1$, 且各球的胜负相互独立, 对正整数 $k \geq 2$, 记 p_k 为打完 k 个球后甲比乙至少

多得 2 分的概率, q_k 为打完 k 个球后乙比甲至少多得 2 分的概率.

(1) 求 p_3, p_4 (用 p 表示).

(2) 若 $\frac{p_4 - p_3}{q_4 - q_3} = 4$, 求 p .

(3) 证明: 对任意正整数 m , $p_{2m+1} - q_{2m+1} < p_{2m} - q_{2m} < p_{2m+2} - q_{2m+2}$.

2025 年全国统一高考数学试卷

(新高考II卷)

注意事项:

1.答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑;如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在试卷上无效.

3.考试结束后,本试卷和答题卡一并交回.

一、单选题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的选项中,只有一项是符合题目要求的.

【1 题答案】

【答案】C

【2 题答案】

【答案】A

【3 题答案】

【答案】D

【4 题答案】

【答案】C

【5 题答案】

【答案】A

【6 题答案】

【答案】C

【7 题答案】

【答案】B

【8 题答案】

【答案】D

二、多选题:本题共 3 小题,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.

【9 题答案】

【答案】AD

【10 题答案】

【答案】 ABD

【11 题答案】

【答案】 ACD

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

【12 题答案】

【答案】 $\sqrt{2}$

【13 题答案】

【答案】 -4

【14 题答案】

【答案】 2.5

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

【15 题答案】

【答案】 (1) $\varphi = \frac{\pi}{3}$

(2) 答案见解析

【16 题答案】

【答案】 (1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$

(2) $\sqrt{5}$

【17 题答案】

【答案】 (1) 证明见解析

(2) $\frac{\sqrt{42}}{7}$

【18 题答案】

【答案】 (1) 证明见解析;

(2) (i) 证明见解析; (ii) $2x_1 > x_2$, 证明见解析.

【19 题答案】

【答案】 (1) $p_3 = p^3$, $p_4 = p^3(4-3p)$

(2) $p = \frac{2}{3}$

(3) 证明过程见解析